

LA MODULAZIONE D'AMPIEZZA

Nella trasmissione di segnali attraverso canali passa-banda si impone l'operazione di modulazione. In questo Capitolo è presentata la modulazione di ampiezza nella classica forma AM e nelle forme derivate (DSB, SSB e VSB). Per ciascuna di esse è dedotta l'occupazione spettrale del segnale modulato e la sua potenza specifica. Infine sono presentati i principi dei modulatori e sono discussi i metodi di rivelazione.

I.1 - Generalità.

Nella trasmissione dell'informazione da una sorgente ad un destinatario il segnale attraversa un canale che nella maggior parte dei casi è di tipo passa-banda; tale cioè da consentire la trasmissione a segnali che presentano uno spettro concentrato attorno ad una frequenza f_0 dipendente dalla caratteristica del canale. Se il segnale da trasmettere è di tipo



Fig. I.1 - Trasmissione di un segnale analogico

passa-basso, ciò può essere ottenuto utilizzando un dispositivo detto modulatore, così com'è schematizzato in Fig. I.1, che effettua una traslazione

dello spettro del segnale in modo da conferirgli la caratteristica di segnale passa-banda adeguata per la trasmissione attraverso il canale. È evidente che al rivelatore deve essere previsto un dispositivo inverso (demodulatore) che riporti il segnale ricevuto nella zona dello spettro propria del segnale in ingresso.

La modulazione sinusoidale utilizza come portante un segnale del tipo:

$$(I.1.1) \quad v_0(t) = V_0 \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)$$

Poiché $v_0(t)$ dipende da tre parametri: l'ampiezza V_0 , la frequenza f_0 e la fase φ_0 si possono ottenere, di conseguenza, tre formati di modulazione e cioè:

- **Modulazione di ampiezza (AM Amplitude Modulation)** quando l'ampiezza V_0 varia linearmente con il segnale modulante;
- **Modulazione di fase (PM Phase Modulation)** quando la fase φ_0 varia linearmente con il segnale modulante.
- **Modulazione di frequenza (FM Frequency Modulation)** quando la frequenza f_0 varia linearmente con il segnale modulante.

I.2 – La modulazione di ampiezza a doppia banda laterale (AM-DSB).

Nel caso della modulazione di ampiezza a laterale doppia banda (AM-DSB **A**mplitude **M**odulation **D**ouble **S**ideband), detta $V(t)$ l'ampiezza istantanea del segnale modulato e $s(t)$ il segnale modulante, che, per semplicità, si suppone a valor medio nullo e tale che sia ⁽¹⁾

$$(I.2.1) \quad |s(t)| \leq 1$$

⁽¹⁾ Si noti che se $s(t)$ non dovesse soddisfare tale condizione, basterebbe porre $k_A s(t)$ nella forma $k_A |s(t)|_{\max} \cdot s(t) / |s(t)|_{\max}$. Infatti identificando $s(t) / |s(t)|_{\max}$ con il segnale modulante e $k_A |s(t)|_{\max}$ con l'indice di modulazione di ampiezza, le condizioni imposte risultano verificate.

risulta:

$$(I.2.2) \quad V(t) = V_0 [1 + k_A s(t)]$$

essendo k_A una costante che prende il nome di **indice di modulazione di ampiezza**.

Il segnale modulato può quindi essere quindi scritto nella forma:

$$(I.2.3) \quad v(t; s(t)) = V_0 [1 + k_A s(t)] \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)$$

e presenta un andamento come quello riportato in Fig. I.2,a).

Dalla (I.2.3) si deduce la struttura di principio del modulatore riportato in Fig. I.2,b).

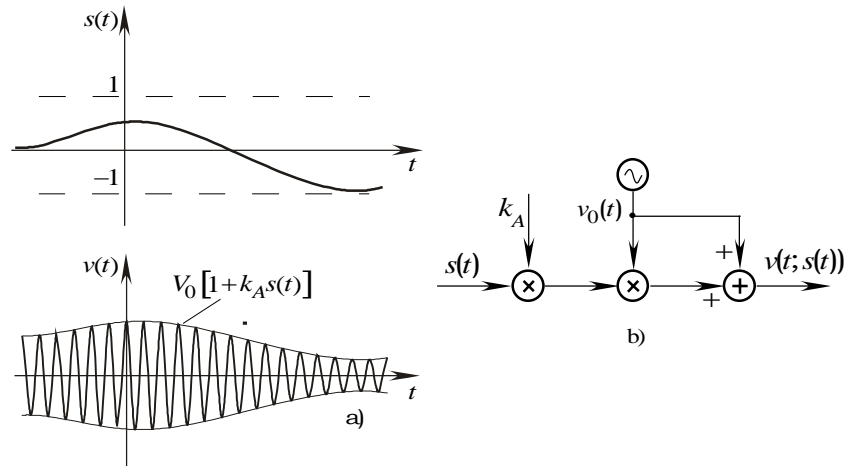


Fig. II.2 - a) Segnale modulato AM-DSB; b) Schema di modulatore AM-DSB.

I.2.1 - Caratteristiche spettrali del segnale modulato.

Per determinare lo spettro del segnale modulato è necessario distinguere se il segnale modulante è determinato o aleatorio.

a) Segnale modulante determinato

Se $s(t)$ è un segnale determinato dalla (I.2.3) si ha:

$$(I.2.4) \quad v(t; s(t)) = \frac{V_0}{2} [1 + k_A s(t)] (e^{j\varphi_0} e^{j2\pi f_0 t} + e^{-j\varphi_0} e^{-j2\pi f_0 t})$$

che trasformata secondo Fourier diviene:

$$(I.2.5) \quad V(f) = \frac{V_0}{2} \left[(e^{j\varphi_0} \delta(f - f_0) + e^{-j\varphi_0} \delta(f + f_0)) + k_A (e^{j\varphi_0} S(f - f_0) + e^{-j\varphi_0} S(f + f_0)) \right]$$

essendo $V(f)$ ed $S(f)$ le trasformate di Fourier dei segnali $v(t)$ ed $s(t)$ rispettivamente. (v. Fig. I.3).

Dalla stessa figura è facile riconoscere che l'estensione B_{AM} dello spettro (unilatero) del segnale modulato vale:

$$(I.2.6) \quad B_{AM} = 2f_m$$

e cioè è doppia di quella del segnale in banda base.

b) Segnale modulante aleatorio

Se il segnale modulante è aleatorio le caratteristiche spettrali del segnale modulato possono essere dedotte dall'espressione della sua densità spettrale.

Se il segnale modulante $s(t)$ è un segnale aleatorio stazionario in senso lato, a valor medio nullo, la cui funzione di autocorrelazione e la densità spettrale sono date da $R_s(\tau)$ e $W_s(f)$ rispettivamente, la funzione di autocorrelazione dell'ampiezza istantanea del segnale

modulato è:

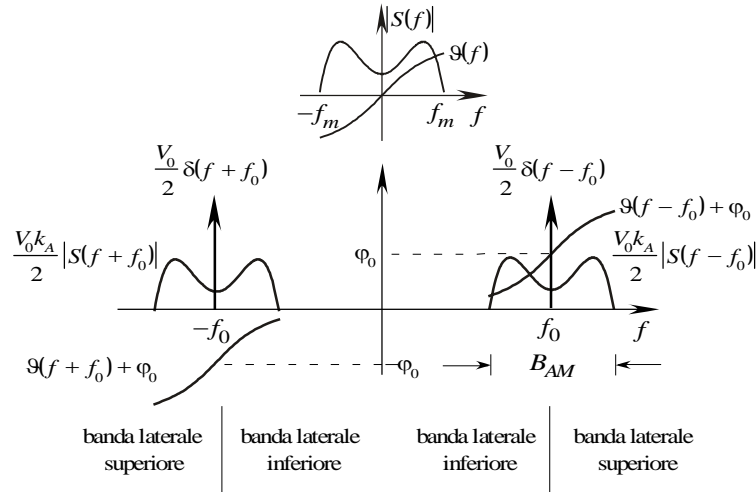


Fig. I.3 - Spettro del segnale modulato in AM-DSB.

$$(I.2.7) \quad R_V(\tau) = E\{V(t)V(t+\tau)\} = V_0^2 E\{[1+k_A s(t)][1+k_A s(t+\tau)]\} = \\ = V_0^2 \left[1 + k_A E\{s(t)\} + k_A E\{s(t+\tau)\} + k_A^2 E\{s(t)s(t+\tau)\} \right]$$

la quale, essendo per le ipotesi fatte, $E\{s(t)\} = E\{s(t+\tau)\} = 0$, diviene:

$$(I.2.8) \quad R_V(\tau) = V_0^2 \left[1 + k_A^2 R_s(\tau) \right]$$

e conseguentemente la sua densità spettrale:

$$(I.2.9) \quad W_V(f) = V_0^2 \left[\delta(f) + k_A^2 W_s(f) \right]$$

È bene osservare che l'oscillatore che genera la portante $v_0(t)$ non è vincolato ad un riferimento temporale assoluto; di conseguenza la fase φ_0 deve essere considerata una variabile casuale, indipendente dal segnale modulante $s(t)$, e uniformemente distribuita in $[0, 2\pi)$.

Di conseguenza, la funzione di autocorrelazione del segnale $v(t)$ vale:

$$(I.2.10) \quad R_v(t, \tau) = E\{V(t)V(t+\tau)\} E_{\varphi_0} \{ \cos[2\pi f_0 t + \varphi_0] \cos[2\pi f_0(t+\tau) + \varphi_0] \}$$

dove $E_{\varphi_0} \{ \cdot \}$ denota la media rispetto a φ_0 . Ma essendo:

$$(I.2.11) \quad E_{\varphi_0} \{ \cos[2\pi f_0 t + \varphi_0] \cos[2\pi f_0(t+\tau) + \varphi_0] \} = \\ = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos[2\pi f_0 t + \varphi_0] \cos[2\pi f_0(t+\tau) + \varphi_0] d\varphi_0 = \\ = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \{ \cos 2\pi f_0 \tau - \cos[2\pi f_0(2t+\tau) + 2\varphi_0] \} d\varphi_0 = \frac{1}{2} \cos 2\pi f_0 \tau$$

si ottiene:

$$(I.2.12) \quad R_v(\tau) = \frac{V_0^2}{2} \left[1 + k_A^2 R_s(\tau) \right] \cos(2\pi f_0 \tau)$$

alla quale corrisponde la densità spettrale

$$(I.2.13) \quad W_v(f) = \frac{V_0^2}{4} [\delta(f-f_0) + \delta(f+f_0)] + k_A^2 \frac{V_0^2}{4} [W_s(f-f_0) + W_s(f+f_0)]$$

L'espressione (I.2.13) consente di determinare la potenza specifica del segnale modulato.

Infatti risulta:

$$(I.2.14) \quad P_v = \int_{-\infty}^{\infty} W_v(f) df = \frac{V_0^2}{2} + k_A^2 \frac{V_0^2}{4} \int_{-\infty}^{\infty} [W_s(f-f_0) + W_s(f+f_0)] df$$

che, osservando che l'integrale a secondo membro è pari al doppio della potenza specifica

P_s del segnale modulante:

$$(I.2.15) \quad P_s = \int_{-f_m}^{f_m} W_s(f) df$$

si riduce alla:

$$(I.2.16) \quad P_v = \frac{V_0^2}{2} [1 + k_A^2 P_s]$$

Notando infine che la quantità $v_0^2 / 2$ è uguale alla potenza specifica P_0 della portante non modulata, la precedente si può anche porre nella forma:

$$(I.2.17) \quad P_v = P_0 [1 + k_A^2 P_s]$$

dalla quale si evince che la modulazione di ampiezza comporta un incremento di $k_A^2 P_s$ nella potenza della portante. Tale incremento è da attribuirsi alle bande laterali a ciascuna delle

quali compete una potenza specifica pari a $\frac{1}{2} k_A^2 P_s P_0$.

Dalla (I.2.17) si nota che il termine $P_0 k_A^2 P_s$ rappresenta la quota parte della potenza specifica richiesta per la trasmissione dell'informazione $s(t)$. Appare naturale quindi definire un'efficienza di modulazione:

$$(I.2.18) \quad \eta = \frac{P_0 k_A^2 P_s}{P_v} = \frac{P_0 k_A^2 P_s}{P_0 [1 + k_A^2 P_s]} = \frac{k_A^2 P_s}{1 + k_A^2 P_s}$$

il cui andamento in funzione di P_s è riportato in Fig. I.4 per diversi valori dell'indice di modulazione.

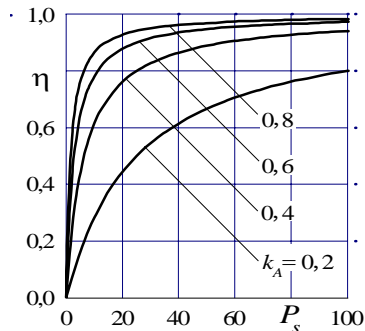


Fig. I.4 - Efficienza di modulazione.

I.3 – Modulazione a doppia banda laterale e a portante soppressa (AM-DSB-SC).

Nella modulazione di ampiezza fin qui esaminata l'informazione associata al segnale modulante è affidata solo alle bande laterali. Una modulazione ottenuta sopprimendo la portante riduce la potenza trasmessa migliorando così l'efficienza di modulazione. In tale tipo di modulazione, nota con la sigla AM-DSB-SC (**A**mplitude **M**odulation **D**ouble **S**ideband **S**uppressed **C**arrier), il segnale modulato assume la forma:

$$(I.3.1) \quad v(t; s(t)) = V_0 k_A s(t) \cos(2\pi f_0 t + \phi_0)$$

e presenta un andamento come quello riporta in Fig. I.5,a).

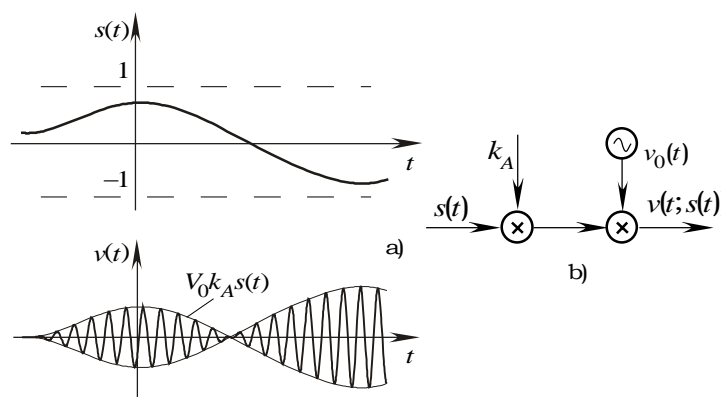


Fig. I.5 - a) Segnale modulato in AM-DSB-SC, b) Schema di modulatore AM-DSB-SC.

Lo schema di principio del modulatore è riportato in Fig. I.5,b).

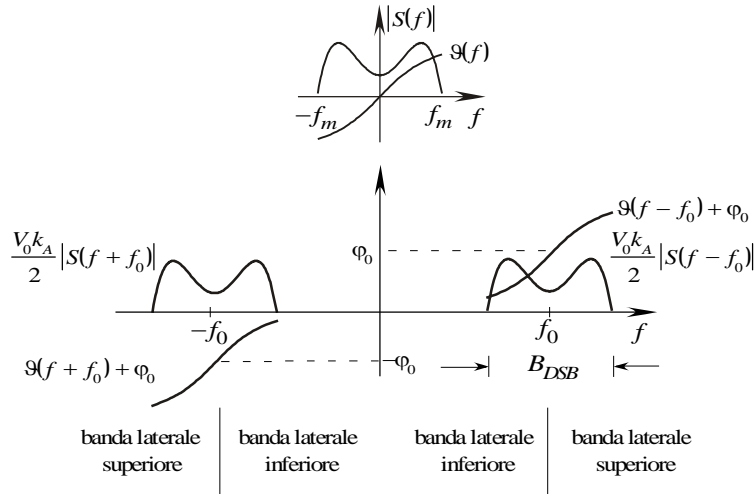


Fig. I.6 - Spettro del segnale modulato in AM-DSB-SC.

Se $s(t)$ è un segnale determinato lo spettro di $v(t)$ è espresso dalla (v. Fig. I.6):

$$(I.3.2) \quad V(f) = \frac{V_0 k_A}{2} \left[e^{j\phi_0} \delta(f - f_0) + e^{-j\phi_0} \delta(f + f_0) \right]$$

Dall'esame della Fig. I.6 si deduce che l'estensione dello spettro del segnale modulato è

$$(I.3.3) \quad B_{DSB} = 2f_m$$

mentre la potenza specifica vale:

$$(I.3.4) \quad P_v = \frac{V_0^2}{2} k_A^2 P_s = k_A^2 P_0 P_s$$

L'efficienza di modulazione, in questo caso, vale $\eta = 1$.

I.4 - Modulazione a banda laterale unica e a portante soppressa (AM-SSB-SC).

Dall'esame dello spettro del segnale modulato in AM-DSB, riportato in Fig. I.3, si nota che, a causa della simmetria delle bande laterali rispetto alla riga della portante, l'informazione associata al segnale modulato non si perde se si elimina in trasmissione, oltre

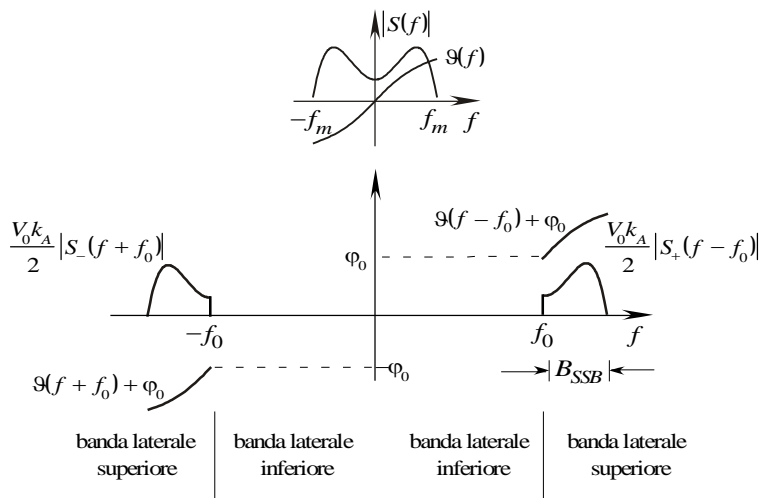


Fig. I.7 - Spettro del segnale modulato in AM-SSB-SC (banda laterale superiore).

presenta allora com'è indicato in Fig. I.7 nel caso in cui viene eliminata la banda laterale inferiore.

che la portante, anche una delle due bande laterali. Si ottiene così un terzo tipo di modulazione di ampiezza, nota con la sigla AM-SSB-SC (**A**mplitude **M**odulation **S**ingle **S**ideband **S**uppressed **C**arrier). Lo spettro del segnale in AM-SSB-SC si

Dall'esame di detta figura risulta che l'estensione dello spettro di un segnale AM-SSB-SC vale:

$$(I.4.1) \quad B_{SSB} = f_m$$

e cioè metà di quella di un segnale modulato in AM o in DSB.

Per quanto riguarda la potenza associata al segnale modulato è evidente che la sua potenza specifica è pari alla metà di quella che compete al formato di modulazione AM-DSB-SC e cioè:

$$(I.4.2) \quad P_v = \frac{V_0^2}{4} k_A^2 P_s = \frac{1}{2} k_A^2 P_0 P_s$$

Anche in questo caso l'efficienza di modulazione è unitaria.

I.5 - Modulazione a banda laterale residua e a portante soppressa (AM-VSB-SC).

Da quanto visto in precedenza si deduce che la modulazione a banda laterale unica comporta una riduzione della banda e della potenza del segnale modulato. Per contro, riesce difficile isolare, in sede di modulazione, una banda laterale in quanto ciò comporterebbe l'impiego di un filtro la cui caratteristica di attenuazione dovrebbe presentare una transizione brusca in corrispondenza alla frequenza della portante. È stato allora introdotto un ulteriore tipo di modulazione, detta modulazione a banda laterale residua e a portante soppressa AM-VSB-SC (**A**mplitude **M**odulation **V**estigial **S**ideband **S**uppressed **C**arrier), nella quale è soppressa solo in parte una banda laterale per mezzo di un filtro la cui caratteristica di attenuazione risulti graduale in corrispondenza alla frequenza f_0 . (v. Fig. I.8).

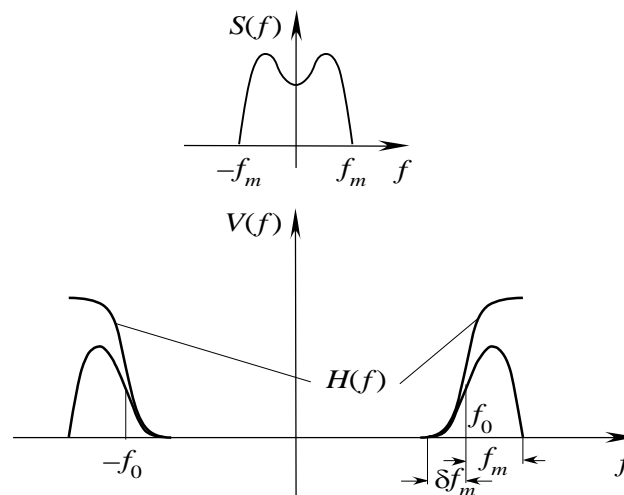


Fig. I.8 - Spettro del segnale modulato in AM-VSB-SC.

Lo spettro del segnale modulato risulta:

$$(I.5.1) \quad V(f) = \frac{V_0}{2} k_A H(f) \left[e^{j\varphi_0} S(f - f_0) + e^{-j\varphi_0} S(f + f_0) \right]$$

La forma di $V(f)$ dipende ovviamente dalla risposta in frequenza del filtro di banda $H(f)$; comunque dall'esame della Fig. I.8 si deduce che l'estensione dello spettro del segnale modulato vale

$$(I.5.2) \quad B_{VSB} = (1 + \delta) f_m$$

con $\delta < 1$. Poiché δ è di norma piccolo, la banda occupata da detto formato di modulazione si può considerare dell'ordine di f_m .

La potenza specifica associata al segnale modulato dipende dalla forma della risposta in frequenza del filtro di banda.

Per dedurre l'espressione analitica del segnale modulato in SSB o in VSB basta considerare che lo spettro del segnale rappresentato nelle Fig. I.7 e Fig. I.8 può essere ottenuto filtrando un segnale in DSB con un filtro passa alto o passa basso a seconda se si vuole sopprimere la banda laterale inferiore o superiore. Se $h(t)$ denota la risposta impulsiva di tale filtro si ha:

$$(I.5.3) \quad v(t; s(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} v_{DSB}(t - \tau)h(\tau)d\tau = V_0k_A \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau) \cos[2\pi f_0(t - \tau) + \varphi_0]h(\tau)d\tau$$

Ricordando la seguente espressione trigonometrica:

$$(I.5.4) \quad \cos[2\pi f_0(t - \tau) + \varphi_0] = \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) \cos(2\pi f_0 \tau) + \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0) \sin(2\pi f_0 \tau)$$

la precedente diviene:

$$(I.5.5) \quad v(t; s(t)) = V_0k_A \cdot \left\{ \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau)h(\tau) \cos(2\pi f_0 \tau) d\tau + \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0) \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau)h(\tau) \sin(2\pi f_0 \tau) d\tau \right\}$$

che può essere riscritta nella forma:

$$(I.5.6) \quad v(t; s(t)) = V_0k_A \left\{ v_f(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) - v_q(t) \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0) \right\}$$

in cui le componenti in fase ed in quadratura $v_f(t)$ e $v_q(t)$ valgono:

$$(I.5.7) \quad \begin{cases} v_f(t) = s(t) * h_f(t) \\ v_q(t) = -s(t) * h_q(t) \end{cases}$$

dove:

$$(I.5.8) \quad \begin{cases} h_f(t) = h(t) \cos(2\pi f_0 t) \\ h_q(t) = h(t) \sin(2\pi f_0 t) \end{cases}$$

che trasformate danno luogo alle:

$$(I.5.9) \quad \begin{cases} H_f(f) \equiv \frac{H(f - f_0) + H(f + f_0)}{2} \text{rect}\left(\frac{f}{2f_m}\right) \\ H_q(f) \equiv \frac{H(f - f_0) - H(f + f_0)}{2j} \text{rect}\left(\frac{f}{2f_m}\right) \end{cases}$$

È da osservare che poiché $s(t)$ è un segnale passa-basso con banda f_m , le risposte in frequenza $H_f(f)$ e $H_q(f)$ sono valutate $[-f_m, f_m]$.

Nel caso di modulazione SSB è facile verificare che le componenti $H_f(f)$ e $H_q(f)$ sono date dalle:

$$(I.5.10) \quad \begin{cases} H_f(f) = \frac{1}{2} \text{rect}\left(\frac{f}{2f_m}\right) \\ H_q(f) = -\frac{1}{2j} \text{sgn}(f) \text{rect}\left(\frac{f}{2f_m}\right) \end{cases}$$

se si elimina la banda laterale inferiore e

$$(I.5.11) \quad \begin{cases} H_f(f) = \frac{1}{2} \text{rect}\left(\frac{f}{2f_m}\right) \\ H_q(f) = \frac{1}{2j} \text{sgn}(f) \text{rect}\left(\frac{f}{2f_m}\right) \end{cases}$$

se si elimina la banda laterale superiore. Tenendo presente che è $\frac{1}{2j} \text{sgn}(f) = \frac{1}{2\pi} \mathbf{F} \left\{ \text{Pf} \left(\frac{1}{t} \right) \right\}$, le

(I.5.7), tenendo conti delle (I.5.10) danno luogo alle:

$$(I.5.12) \quad \begin{cases} [s^* h_f](t) = \frac{1}{2} s(t) \\ [s^* h_q](t) = \frac{1}{2} \hat{s}(t) \end{cases}$$

essendo:

$$(I.5.13) \quad \hat{s}(t) = \frac{1}{\pi} \text{VP} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\tau)}{t - \tau} d\tau$$

la trasformata di Hilbert di $s(t)$. Il segnale modulato è allora:

$$(I.5.14) \quad v(t; s(t)) = \frac{V_0}{2} k_A [s(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) + \hat{s}(t) \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0)]$$

Se si fosse eliminata la banda laterale superiore si sarebbe avuto:

$$(I.5.15) \quad \begin{cases} [s^* h_f](t) = \frac{1}{2} s(t) \\ [s^* h_q](t) = -\frac{1}{2} \hat{s}(t) \end{cases}$$

e quindi:

$$(I.5.16) \quad v(t; s(t)) = \frac{V_0}{2} k_A [s(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) \mp \hat{s}(t) \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0)]$$

dalla quale si deduce che un segnale modulato in SSB è ottenuto dalla somma (o differenza) di due segnali modulati in DSB le cui portanti risultano sfasate di $\frac{\pi}{2}$ l'una rispetto all'altra.

Da quanto detto si evince che le varie forme con cui si può presentare un segnale modulato in ampiezza possono essere rappresentate da un'unica espressione del tipo:

$$(I.5.17) \quad v(t; s(t)) = V_0 \{v_f(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) - v_q(t) \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0)\}$$

in cui la quantità $v_f(t)$ e $v_q(t)$ sono definite come indicato nella Tabella I.

Tabella I.1

	$v_f(t)$	$v_q(t)$	Banda
AM	$1 + k_A s(t)$	0	$2f_m$
DSB	$k_A s(t)$	0	$2f_m$
SSB	$\frac{1}{2} k_A s(t)$	$\pm \frac{1}{2} k_A \hat{s}(t)$	f_m
VSB	$k_A \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau) h_f(\tau) d\tau$	$-k_A \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau) h_q(\tau) d\tau$	$(1 + \delta) f_m$

La (I.5.17) può essere interpretata come la somma di due modulazioni DSB con portanti in quadratura e con modulanti $v_f(t)$ e $v_q(t)$ rispettivamente. La grandezza

$$(I.5.18) \quad V(t) = \sqrt{v_f^2(t) + v_q^2(t)}$$

costituisce l'involuppo di modulazione. Definendo infine con $\vartheta(t)$ la quantità:

$$(I.5.19) \quad \vartheta(t) = \arctan \frac{v_q(t)}{v_f(t)}$$

la (I.5.17) può porsi nella forma:

$$(I.5.20) \quad v(t; s(t)) = V(t) \cos(2\pi f_0 t + \vartheta(t) + \varphi_0)$$

I.6 - La rivelazione dei segnali modulati.

Il processo di rivelazione o demodulazione consiste nell'estrarre dal segnale modulato $v(t)$ il segnale modulante $s(t)$. I metodi di rivelazione si possono raggruppare in due fondamentali categorie: rivelazione coerente e rivelazione non coerente (o ad involuppo) a seconda se il ricevitore dispone o no della forma esatta della portante in arrivo.

I.6.1 - Rivelazione coerente.

Un tale tipo di rivelazione consiste nel moltiplicare il segnale modulato per una portante locale la cui frequenza e fase sono eguali a quelle proprie della portante di modulazione in arrivo al ricevitore. La struttura di un tale tipo di ricevitore è riportata in Fig. I.9. Detta:

$$(I.6.1) \quad v_r(t) = V_r \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)$$

la portante locale, il segnale $w(t)$ in uscita dal moltiplicatore vale:

$$(I.6.2) \quad w(t) = V_r v(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)$$

che tenendo conto dell'espressione del segnale $v(t)$ data dalla (I.5.17) si può porre nella forma:

$$(I.6.3) \quad \begin{aligned} w(t) &= V_0 V_r \left\{ v_f(t) \cos^2(2\pi f_0 t + \varphi_0) - v_q(t) \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) \right\} = \\ &= \frac{V_0 V_r}{2} \left\{ v_f(t) [1 + \cos(4\pi f_0 t + 2\varphi_0)] - v_q(t) \sin(4\pi f_0 t + 2\varphi_0) \right\} \end{aligned}$$

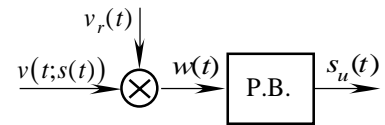


Fig. I.9 - Rivelatore coerente

Sopprimendo le componenti ad alta frequenza, il segnale in uscita dal filtro passa-basso vale:

$$(I.6.4) \quad s_u(t) = \frac{V_0 V_r}{2} v_f(t)$$

Tenendo presente le espressioni di $v_f(t)$ per i formati di modulazione presi in esame si ha:

$$(I.6.5) \quad \begin{aligned} \text{AM} \quad s_u(t) &= \frac{V_0 V_r}{2} [1 + k_A s(t)] \\ \text{DSB} \quad s_u(t) &= \frac{V_0 V_r}{2} k_A s(t) \\ \text{SSB} \quad s_u(t) &= \frac{V_0 V_r}{4} k_A s(t) \\ \text{VSB} \quad s_u(t) &= \frac{V_0 V_r}{4} k_A \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau) h_f(\tau) d\tau \end{aligned}$$

Il segnale rivelato risulta, tranne che per la VSB, linearmente dipendente dal segnale $s(t)$.

Ben diversa è la situazione nel caso di modulazione VSB, in cui il segnale rivelato si presenta proporzionale alla convoluzione tra $h_f(t)$ e $s(t)$ e cioè nel dominio della frequenza:

$$(I.6.6) \quad S_u(f) = \frac{V_0 V_r}{2} k_A H_f(f) S(f)$$

dove $S_u(f)$ denota la trasformata di Fourier di $s_u(t)$. Imponendo in tal caso la condizione che $s_u(t)$ risulti una replica ritardata di $s(t)$ si ottiene:

$$(I.6.7) \quad H_f(f) = k' e^{-j2\pi f t_0}$$

Ricordando la (I.5.9), la precedente diviene:

$$(I.6.8) \quad H(f - f_0) + H(f + f_0) = k e^{-j2\pi f t_0}$$

essendo $k = 2k'$ ed in cui $H(f)$ rappresenta la risposta in frequenza del filtro di banda impiegato nel modulatore VSB. Indicando con $A(f)$ e le caratteristiche di attenuazione e fase del filtro $H(f)$, dalla (I.6.8) si ha:

$$(I.6.9) \quad A(f - f_0)e^{j\vartheta(f-f_0)} + A(f + f_0)e^{j\vartheta(f+f_0)} = ke^{-j2\pi ft_0}$$

Se la caratteristica di fase del filtro risulta simmetrica rispetto a f_0 e cioè se è:

$$(I.6.10) \quad \vartheta(f + f_0) = -\vartheta(f_0 - f) = \vartheta(f - f_0) \equiv \alpha(f)$$

si ottiene dalla (I.6.9):

$$(I.6.11) \quad [A(f - f_0) + A(f + f_0)]e^{j\alpha(f)} = ke^{-j2\pi ft_0}$$

e pertanto:

$$(I.6.12) \quad A(f - f_0) + A(f + f_0) = k \quad \alpha(f) = -j2\pi ft_0$$

che costituiscono le condizioni che garantiscono una perfetta ricezione del segnale VSB.

In Fig. I.10 è riportata una possibile caratteristica di ampiezza per il filtro di banda $H(f)$ nel caso in cui si vuole eliminare parzialmente la banda laterale inferiore.

Una possibile caratteristica che soddisfa la prima delle condizioni (I.6.12) è la cosiddetta caratteristica a **coseno rialzato** definita dalla:

$$(I.6.13) \quad \frac{A(f)}{A(f_0)} = \begin{cases} 0 & |f| \leq f_0 - f_\delta \\ \frac{1}{2} \left(1 + \sin \frac{\pi(f-f_0)}{2f_\delta} \right) & f_0 - f_\delta \leq |f| \leq f_0 + f_\delta \\ 1 & |f| \geq f_0 + f_\delta \end{cases}$$

in cui f_δ individua l'estensione della banda residua.

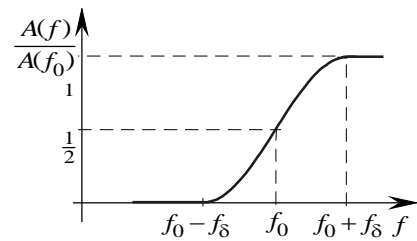


Fig. I.10 - Caratteristica di ampiezza del filtro vestigiale.

I.6.2 - Rivelazione per inviluppo.

Un rivelatore ad inviluppo produce in uscita un segnale proporzionale all'inviluppo di modulazione. È ovvio che, tenendo presente la (I.5.18), l'inviluppo di modulazione è proporzionale al segnale modulante solo nel caso della modulazione AM con indice di modulazione non superiore al 100%. In effetti:

- a) nel caso di modulazione AM-SSB-SC l'inviluppo di modulazione oltre al segnale modulante contiene anche la sua trasformata di Hilbert;
- b) nel caso di segnale AM-DSB-SC il segnale in uscita è proporzionale a $|s(t)|$; si introduce pertanto uno sfasamento di 180° quando il segnale modulante è negativo.

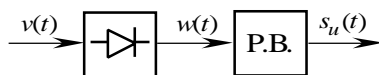


Fig. I.11 - Rivelatore ad inviluppo

Prendendo in esame soltanto la modulazione AM, lo schema di principio di un rivelatore ad inviluppo si presenta come è indicato in Fig. I.11. Esso è cioè

costituito da un rettificatore ideale, la cui caratteristica è rappresentata in Fig. I.12, e da un filtro passa basso con frequenza di taglio pari a f_m .

Poiché dalla Fig. I.12 si deduce

$$(I.6.14) \quad w(t) = v(t) \cdot u(v(t))$$

dove $u(\cdot)$ rappresenta la funzione a gradino unitaria, il segnale in

uscita dal rettificatore vale:

$$(I.6.15) \quad w(t) = V(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) \cdot u[V(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)]$$

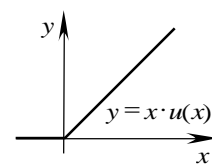


Fig. I.12 - Caratteristica di un rettificatore ideale.

dove si è fatto uso dell'espressione (I.5.20) per il segnale modulato. Si osservi che, essendo per le ipotesi fatte, $V(t) = V_0[1 + k_A s(t)] = V_0[1 + k_A s(t)] \geq 0$ si ha:

$$(I.6.16) \quad w(t) = V(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) \cdot u(\cos(2\pi f_0 t + \varphi_0))$$

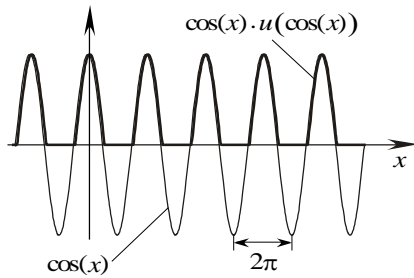


Fig. I.13 - Funzione $h(x)$.

È immediato rendersi conto che la quantità $h(x) = \cos(x) \cdot u(\cos(x))$ è una funzione periodica di periodo 2π come si deduce dall'esame della Fig. I.13, per cui rappresentando la $h(t)$ in serie di Fourier si ha:

$$(I.6.17) \quad h(x) = \sum_{n=0}^{\infty} H_n \cos(nx)$$

All'uscita del filtro passa-basso quindi si riscontra il

segnale:

$$(I.6.18) \quad s_u(t) = V_0 H_0 [1 + k_A s(t)]$$

che è linearmente dipendente dal segnale modulante $s(t)$.

Nelle pratiche applicazioni il rettificatore ideale è sostituito da un diodo e il filtro passa-basso è realizzato da un filtro RC passa-basso come è mostrato in Fig. I.14.

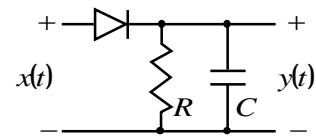


Fig. I.14 - Rivelatore ad inviluppo