

LA MODULAZIONE D'AMPIEZZA

I.1 - Generalità.

Nella trasmissione dell'informazione da una sorgente ad un destinatario il segnale attraversa un canale che nella maggior parte dei casi è di tipo passa-banda; tale cioè da consentire la trasmissione a segnali che presentano uno spettro concentrato attorno ad una frequenza f_0 dipendente dalla caratteristica del canale. Se il segnale da trasmettere è di tipo

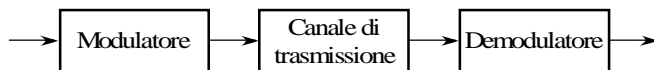


Fig. I.1 - Trasmissione di un segnale analogico

passa-basso, ciò può essere ottenuto utilizzando un dispositivo detto modulatore, così com'è schematizzato in Fig. I.1, che effettua una traslazione

dello spettro del segnale in modo da conferirgli la caratteristica di segnale passa-banda adeguata per la trasmissione attraverso il canale passa-banda. È evidente che al rivelatore deve essere previsto un dispositivo inverso (demodulatore) che riporti il segnale ricevuto nella zona originaria dello spettro propria del segnale in ingresso.

La modulazione sinusoidale utilizza come portante un segnale del tipo:

$$(1) \quad v_0(t) = V_0 \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)$$

Poiché $v_0(t)$ dipende da tre parametri: l'ampiezza V_0 , la frequenza f_0 e la fase φ_0 si possono ottenere, di conseguenza, tre tipi di modulazioni e cioè:

- **Modulazione di ampiezza (AM Amplitude Modulation)** quando l'ampiezza V_0 varia linearmente con il segnale modulante;
- **Modulazione di frequenza (FM Frequency Modulation)** quando la frequenza f_0 varia linearmente con il segnale modulante;
- **Modulazione di fase (PM Phase Modulation)** quando la fase φ_0 varia linearmente con il segnale modulante.

Nel caso della modulazione di ampiezza, detta $V(t)$ l'ampiezza istantanea del segnale modulato e $s(t)$ il segnale modulante, che, per semplicità, si suppone a valor medio nullo e tale che sia ⁽¹⁾

$$(I.1.2) \quad |s(t)| \leq 1$$

risulta:

$$(I.1.3) \quad V(t) = V_0 [1 + k_A s(t)]$$

essendo k_A una costante che prende il nome di **indice di modulazione di ampiezza**.

Il segnale modulato può quindi essere quindi scritto nella forma:

$$(I.1.4) \quad v(t; s(t)) = V_0 [1 + k_A s(t)] \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)$$

⁽¹⁾ Si noti che se $s(t)$ non dovesse soddisfare tale condizione, basterebbe porre $k_A s(t)$ nella forma $k_A |s(t)|_{\max} \cdot s(t) / |s(t)|_{\max}$. Infatti identificando $s(t) / |s(t)|_{\max}$ con il segnale modulante e $k_A |s(t)|_{\max}$ con l'indice di modulazione di ampiezza, le condizioni imposte risultano verificate.

e presenta un andamento come quello riportato in Fig. I.2,a)

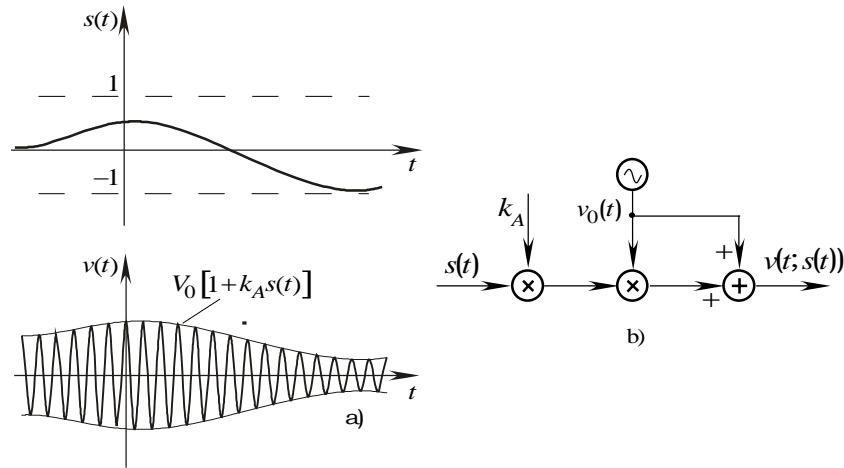


Fig. I.2 - a) Segnale modulato AM; b) Schema di modulatore AM.

Dalla (I.1.4) si deduce immediatamente la struttura di principio di un modulatore AM riportato in Fig. I.2,b).

I.1.1 - Caratteristiche spettrali del segnale modulato.

Per determinare lo spettro del segnale modulato si osservi che dalla (I.1.4) si ha:

$$(I.1.5) \quad v(t; s(t)) = \frac{V_0}{2} (1 + k_A s(t)) (e^{j\phi_0} e^{j2\pi f_0 t} + e^{-j\phi_0} e^{-j2\pi f_0 t})$$

che trasformata secondo Fourier diviene:

$$(I.1.6) \quad V(f) = \frac{V_0}{2} \left[(e^{j\phi_0} \delta(f - f_0) + e^{-j\phi_0} \delta(f + f_0)) + k_A (e^{j\phi_0} S(f - f_0) + e^{-j\phi_0} S(f + f_0)) \right]$$

avendo denotato con $V(f)$ ed $S(f)$ le trasformate di Fourier dei segnali $v(t)$ ed $s(t)$ rispettivamente. (v. Fig. I.3).

Dalla stessa figura è facile riconoscere che l'estensione B_{AM} dello spettro (unilatero) del segnale modulato vale:

$$(I.1.7) \quad B_{AM} = 2f_m$$

e cioè è doppia di quella del segnale in banda base.

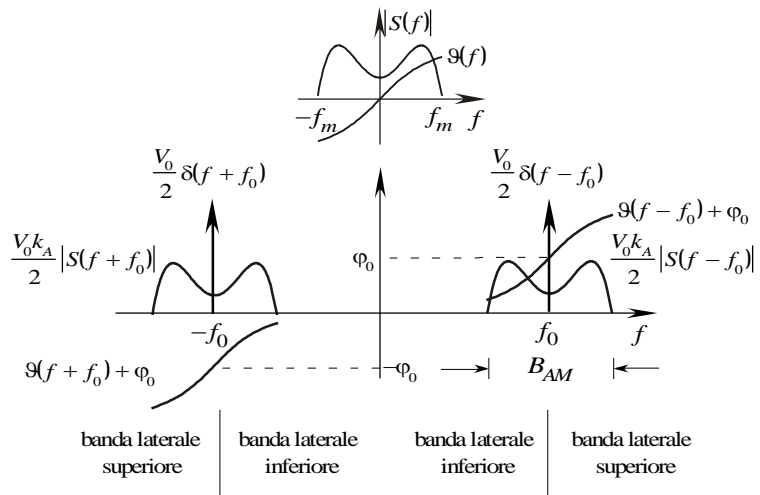


Fig. I.3 - Spettro del segnale modulato in AM.

I.1.2 - Potenza specifica del segnale modulato.

Poiché il segnale modulato è manifestamente un segnale a potenza finita, la sua potenza specifica vale:

$$(I.1.8) \quad P_v = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T v^2(t) dt$$

e cioè:

$$\begin{aligned}
 P_v &= V_0^2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [1 - k_A s(t)]^2 \cos^2(2\pi f_0 t + \varphi_0) dt = \\
 \text{(I.1.9)} \quad &= \frac{V_0^2}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [1 - k_A s(t)]^2 [1 + \cos(4\pi f_0 t + 2\varphi_0)] dt = \\
 &= \frac{V_0^2}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [1 - k_A s(t)]^2 dt + \frac{V_0^2}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [1 - k_A s(t)]^2 \cos(4\pi f_0 t + 2\varphi_0) dt
 \end{aligned}$$

D'altra parte, ponendo $T = \frac{N}{f_0} = NT_0$ si può scrivere:

$$\begin{aligned}
 \int_{-T}^T [1 - k_A s(t)]^2 \cos(4\pi f_0 t + 2\varphi_0) dt &= \sum_{i=-N}^{N-1} \int_{iT_0}^{(i+1)T_0} [1 - k_A s(t)]^2 \cos(4\pi f_0 t + 2\varphi_0) dt \cong \\
 \text{(I.1.10)} \quad &\cong \sum_{i=-N}^{N-1} [1 - k_A s(t_i)]^2 \int_{iT_0}^{(i+1)T_0} \cos(4\pi f_0 t + 2\varphi_0) dt = 0
 \end{aligned}$$

dove si è supposto che è $f_m \ll f_0$; in questo modo si può ritenere trascurabile la variazione della funzione $[1 - k_A s(t)]^2$ in un intervallo di ampiezza T_0 . Pertanto in $I_i \equiv [iT_0, (i+1)T_0)$ si può porre $[1 - k_A s(t)]^2 \cong [1 - k_A s(t_i)]^2$ dove t_i denota un opportuno valore contenuto in I_i . In queste ipotesi si ha:

$$\text{(I.1.11)} \quad P_v = \frac{V_0^2}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [1 - k_A s(t)]^2 dt = \frac{V_0^2}{2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [1 - 2k_A s(t) + k_A^2 s^2(t)] dt$$

Supponendo infine che il segnale $s(t)$ presenti valor medio nullo, dalla precedente si deduce:

$$\text{(I.1.12)} \quad P_v = \frac{V_0^2}{2} [1 + k_A^2 P_s]$$

essendo $P_s = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T s^2(t) dt$ la potenza specifica del segnale modulante $s(t)$. Notando infine che la quantità $\frac{V_0^2}{2}$ è uguale alla potenza specifica P_0 della portante non modulata, la

(I.1.12) si può scrivere come segue:

$$\text{(I.1.13)} \quad P_v = P_0 [1 + k_A^2 P_s]$$

dalla quale si evince che la modulazione di ampiezza comporta un incremento di $k_A^2 P_s$ nella potenza della portante. Tale incremento è da attribuirsi alle bande laterali a ciascuna delle quali compete una potenza specifica pari a $\frac{1}{2} k_A^2 P_s P_0$.

I.2 - Modulazione a portante soppressa (DSB).

Nella modulazione di ampiezza fin qui esaminata l'informazione associata al segnale modulante è affidata solo alle

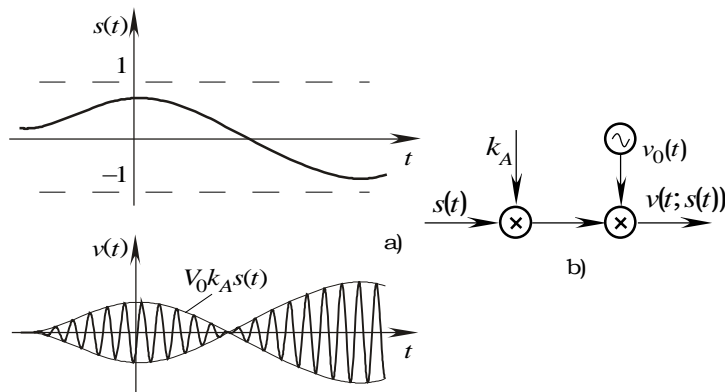


Fig. I.4 - a) Segnale modulato in DSB, b) Schema di modulatore DSB.

bande laterali. Una modulazione ottenuta sopprimendo la portante riduce la potenza trasmessa migliorando così l'efficienza di modulazione. In tale tipo di modulazione, nota con la sigla DSB (**Double Side Band**), il segnale modulato assume la forma:

$$(I.2.1) \quad v(t; s(t)) = V_0 k_A s(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)$$

e presenta un andamento come quello rappresentato in Fig. I.4,a).

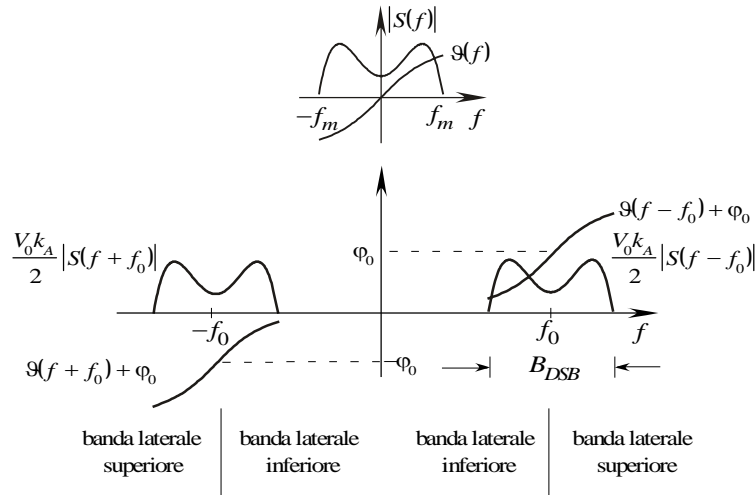


Fig. I.5 - Spettro del segnale modulato in DSB.

Lo schema di principio del modulatore è riportato in Fig. I.4,b).

Se $s(t)$ è un segnale determinato lo spettro di $v(t)$ è espresso dalla (v. Fig. I.5):

$$(I.2.2) \quad V(f) = \frac{V_0 k_A}{2} \left[e^{j\varphi_0} \delta(f - f_0) + e^{-j\varphi_0} \delta(f + f_0) \right]$$

Dall'esame della Fig. I.5 si deduce che l'estensione dello spettro del segnale modulato è

$$(I.2.3) \quad B_{DSB} = 2f_m$$

mentre la potenza specifica vale:

$$(I.2.4) \quad P_v = \frac{V_0^2}{2} k_A^2 P_s = k_A^2 P_0 P_s$$

I.3 – Modulazione a banda laterale unica (SSB).

Dall'esame dello spettro del segnale modulato in AM, riportato in Fig. I.3, si nota che, a causa della simmetria delle bande laterali rispetto alla riga della portante, l'informazione associata al segnale modulato non si perde se si elimina in trasmissione, oltre che la portante,

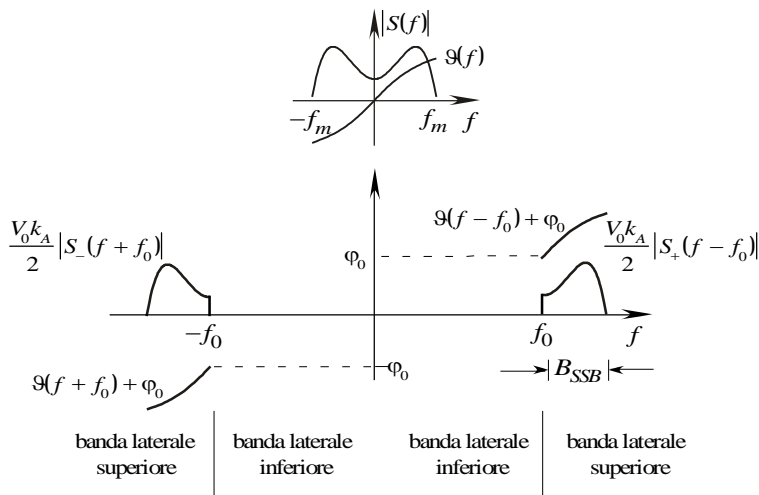


Fig. I.6 - Spettro del segnale modulato in SSB (banda laterale superiore).

anche una delle due bande laterali. Si ottiene così un terzo tipo di modulazione di ampiezza, nota con la sigla SSB (**Single Side Band**). Lo spettro del segnale in SSB si presenta allora come è indicato in Fig. I.6 nel caso in cui viene eliminata la banda laterale inferiore.

Dall'esame di detta figura risulta che l'estensione dello

spettro di un segnale SSB vale:

$$(I.3.1) \quad B_{SSB} = f_m$$

e cioè metà di quella di un segnale modulato in AM o in DSB.

I.4 - Modulazione a banda laterale residua (VSB).

Da quanto visto in precedenza si deduce che la modulazione a banda laterale unica comporta una riduzione della banda e della potenza del segnale modulato. Per contro, riesce difficile isolare, in sede di modulazione, una banda laterale in quanto ciò comporterebbe l'impiego di un filtro la cui caratteristica di attenuazione dovrebbe presentare una transizione brusca in corrispondenza alla frequenza della portante. È stato allora introdotto un ulteriore tipo di modulazione, detta modulazione a banda laterale residua VSB (**Vestigial Side Band**), nella quale è soppressa solo in parte una banda laterale per mezzo di un filtro la cui caratteristica di attenuazione risulti graduale in corrispondenza alla frequenza f_0 . (v. Fig. I.7).

Lo spettro del segnale modulato risulta:

$$(I.4.1) \quad V(f) = \frac{V_0}{2} k_A H(f) \left[e^{j\varphi_0} S(f - f_0) + e^{-j\varphi_0} S(f + f_0) \right]$$

La forma di $V(f)$ dipende ovviamente dalla funzione di trasferimento del filtro di banda $H(f)$; comunque dall'esame della Fig.

I.7 si deduce che l'estensione dello spettro del segnale modulato vale

$$(I.4.2) \quad B_{VSB} = (1 + \delta) f_m$$

con $\delta < 1$. Poiché δ è di norma piccolo, la banda occupata dalla modulazione VSB si può considerare dell'ordine di f_m .

La potenza specifica associata al segnale modulato vale:

$$(I.4.3) \quad P_v = \frac{V_0^2}{4} k_A^2 P_s = \frac{1}{2} k_A^2 P_0 P$$

dato che essa è eguale alla potenza che compete a una sola banda laterale.

Per dedurre l'espressione analitica del segnale modulato in SSB o in VSB basta considerare che lo spettro del segnale rappresentato nelle Fig. I.6 e Fig. I.7 può essere ottenuto filtrando un segnale in DSB con un filtro passa alto o passa basso a seconda se si vuole sopprimere la banda laterale inferiore o superiore. Se $h(t)$ denota la risposta impulsiva di tale filtro si ha:

$$(I.4.4) \quad v(t; s(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} v_{DSB}(t - \tau) h(\tau) d\tau = V_0 k_A \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau) \cos[2\pi f_0(t - \tau) + \varphi_0] h(\tau) d\tau$$

Essendo $\cos[2\pi f_0(t - \tau) + \varphi_0] = \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) \cos(2\pi f_0 \tau) + \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0) \sin(2\pi f_0 \tau)$, la precedente diviene:

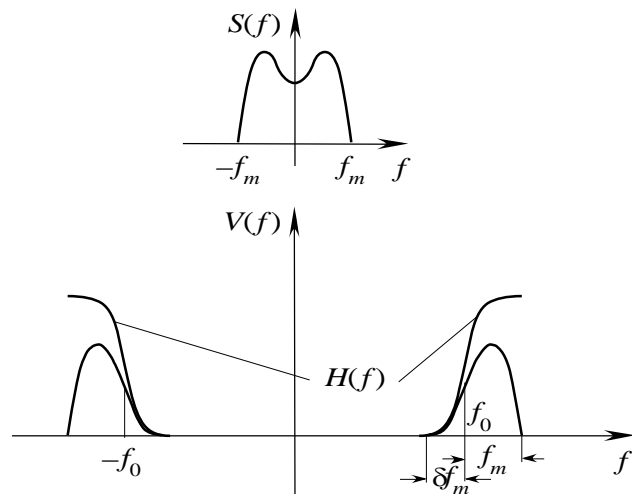


Fig. I.7 - Spettro del segnale modulato in VSB.

$$(I.4.5) \quad v(t; s(t)) = V_0 k_A \cdot \left\{ \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau) h(\tau) \cos(2\pi f_0 \tau) d\tau + \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0) \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau) h(\tau) \sin(2\pi f_0 \tau) d\tau \right\}$$

che può essere riscritta nella forma seguente:

$$(I.4.6) \quad v(t; s(t)) = V_0 k_A \left\{ v_f(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) - v_q(t) \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0) \right\}$$

in cui le componenti in fase ed in quadratura $v_f(t)$ e $v_q(t)$ valgono:

$$(I.4.7) \quad \begin{cases} v_f(t) = s(t) * h_f(t) \\ v_q(t) = -s(t) * h_q(t) \end{cases}$$

dove:

$$(I.4.8) \quad \begin{cases} h_f(t) = h(t) \cos(2\pi f_0 t) \\ h_q(t) = h(t) \sin(2\pi f_0 t) \end{cases}$$

che trasformate danno luogo alle:

$$(I.4.9) \quad \begin{cases} H_f(f) \equiv \frac{H(f - f_0) + H(f + f_0)}{2} \text{rect}\left(\frac{f}{2f_m}\right) \\ H_q(f) \equiv \frac{H(f - f_0) - H(f + f_0)}{2j} \text{rect}\left(\frac{f}{2f_m}\right) \end{cases}$$

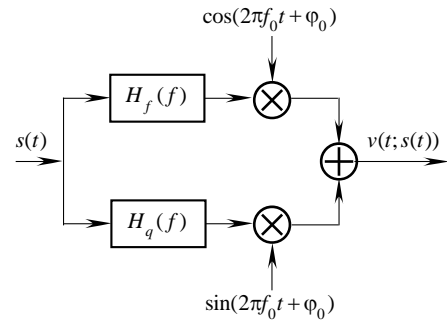


Fig. I.8 - Schema di principio di un modulatore VSB.

È da osservare che poiché $s(t)$ è un segnale passa-basso con banda f_m , le risposte in frequenza $H_f(f)$ e $H_q(f)$ sono valutate $[-f_m, f_m]$.

Sulla base delle (I.4.6), (I.4.7) e (I.4.9) lo schema di principio di un modulatore VSB si presenta come è mostrato in Fig I.8.

Nel caso di modulazione SSB è facile verificare che le componenti $H_f(f)$ e $H_q(f)$ sono date dalle:

$$(I.4.10) \quad \begin{cases} H_f(f) = \frac{1}{2} \text{rect}\left(\frac{f}{2f_m}\right) \\ H_q(f) = -\frac{1}{2j} \text{sgn}(f) \text{rect}\left(\frac{f}{2f_m}\right) \end{cases}$$

se si elimina la banda laterale inferiore e

$$(I.4.11) \quad \begin{cases} H_f(f) = \frac{1}{2} \text{rect}\left(\frac{f}{2f_m}\right) \\ H_q(f) = \frac{1}{2j} \text{sgn}(f) \text{rect}\left(\frac{f}{2f_m}\right) \end{cases}$$

se si elimina la banda laterale superiore. Poiché, com'è facile verificare, risulta $\frac{1}{2j} \text{sgn}(f) = \frac{1}{2\pi} \mathbf{F} \left\{ \text{Pf} \left(\frac{1}{t} \right) \right\}$, le (I.4.7), tenendo conti delle (I.4.10) e (I.4.11) danno luogo alle:

$$(I.4.12) \quad \begin{cases} [s * h_f](t) = \frac{1}{2} s(t) \\ [s * h_q](t) = \pm \frac{1}{2} \hat{s}(t) \end{cases}$$

essendo:

$$(I.4.13) \quad \hat{s}(t) = \frac{1}{\pi} \text{VP} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\tau)}{t - \tau} d\tau$$

la trasformata di Hilbert di $s(t)$. Il segnale modulato è allora:

$$(I.4.14) \quad v(t; s(t)) = \frac{V_0}{2} k_A [s(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) + \hat{s}(t) \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0)]$$

Se si fosse eliminata la banda laterale superiore si sarebbe avuto

$$(I.4.15) \quad \begin{cases} [s^* h_f](t) = \frac{1}{2} s(t) \\ [s^* h_q](t) = -\frac{1}{2} \hat{s}(t) \end{cases}$$

e quindi:

$$(I.4.16) \quad v(t; s(t)) = \frac{V_0}{2} k_A [s(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) \mp \hat{s}(t) \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0)]$$

dalla quale si deduce che un segnale modulato in SSB è ottenuto dalla somma (o differenza) di due segnali modulati in DSB le cui portanti risultano sfasate di $\frac{\pi}{2}$ l'una rispetto all'altra.

Da quanto detto si evince che le varie forme con cui si può presentare un segnale modulato in ampiezza possono essere rappresentate da un'unica espressione del tipo:

$$(I.4.17) \quad v(t; s(t)) = V_0 \{v_f(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) - v_q(t) \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0)\}$$

in cui la quantità $v_f(t)$ e $v_q(t)$ sono definite come indicato nella Tabella I.

La (I.4.17) può essere interpretata come la somma di due modulazioni DSB con portanti in quadratura e con modulanti $v_f(t)$ e $v_q(t)$ rispettivamente. La grandezza

$$(I.4.18) \quad V(t) = \sqrt{v_f^2(t) + v_q^2(t)}$$

costituisce l'involuppo di modulazione. Definendo infine con $\vartheta(t)$ la quantità:

$$(I.4.19) \quad \vartheta(t) = \arctan \frac{v_q(t)}{v_f(t)}$$

la (I.4.17) può porsi nella forma:

$$(I.4.20) \quad v(t; s(t)) = V(t) \cos(2\pi f_0 t + \vartheta(t) + \varphi_0)$$

Tabella I.1

	$v_f(t)$	$v_q(t)$	Banda
AM	$1 + k_A s(t)$	0	$2f_m$
DSB	$k_A s(t)$	0	$2f_m$
SSB	$\frac{1}{2} k_A s(t)$	$\pm \frac{1}{2} k_A \hat{s}(t)$	f_m
VS	$k_A \int_{-\infty}^{\infty} s(t-\tau) h_f(\tau) d\tau$	$k_A \int_{-\infty}^{\infty} s(t-\tau) h_q(\tau) d\tau$	$(1+\delta) f_m$

I.5 - La rivelazione dei segnali modulati in ampiezza.

Il processo di rivelazione o demodulazione consiste nell'estrarre dal segnale modulato $v(t)$ il segnale modulante $s(t)$. I metodi di rivelazione si possono raggruppare in due fondamentali categorie: rivelazione coerente e rivelazione non coerente (o ad involuppo).

I.5.1 - Rivelazione coerente.

Un tale tipo di rivelazione consiste nel moltiplicare il segnale modulato per una portante locale la cui frequenza e fase sono eguali a quelle proprie della portante di modulazione in arrivo al ricevitore. La struttura di un tale tipo di ricevitore è riportata in Fig. I.9. Detta

$$(I.5.1) \quad v_r(t) = V_r \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)$$

la portante locale, il segnale $w(t)$ in uscita dal moltiplicatore vale:

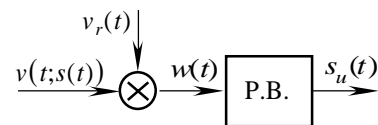


Fig. I.9 - Rivelatore coerente

$$(I.5.2) \quad w(t) = V_r v(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)$$

che tenendo conto dell'espressione del segnale $v(t)$ (v. Tab. I.1) si può porre nella forma:

$$(I.5.3) \quad \begin{aligned} w(t) &= V_0 V_r \left\{ v_f(t) \cos^2(2\pi f_0 t + \varphi_0) - v_q(t) \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) \right\} = \\ &= \frac{V_0 V_r}{2} \left\{ v_f(t) [1 + \cos(4\pi f_0 t + 2\varphi_0)] - v_q(t) \sin(4\pi f_0 t + 2\varphi_0) \right\} \end{aligned}$$

Sopprimendo le componenti ad alta frequenza, il segnale in uscita dal filtro passa-basso vale:

$$(I.5.4) \quad s_u(t) = \frac{V_0 V_r}{2} v_f(t)$$

Tenendo presente le espressioni di $v_f(t)$ per i casi di modulazione presi in esame, si ha:

$$(I.5.5) \quad \begin{aligned} \text{AM} \quad s_u(t) &= \frac{V_0 V_r}{2} [1 + k_A s(t)] \\ \text{DSB} \quad s_u(t) &= \frac{V_0 V_r}{2} k_A s(t) \\ \text{SSB} \quad s_u(t) &= \frac{V_0 V_r}{4} k_A s(t) \\ \text{VSB} \quad s_u(t) &= \frac{V_0 V_r}{4} k_A \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau) h_f(\tau) d\tau \end{aligned}$$

Il segnale rivelato risulta, tranne che per la VSB, linearmente dipendente dal segnale $s(t)$.

Ben diversa è la situazione nel caso di modulazione VSB, in cui il segnale rivelato si presenta proporzionale alla convoluzione tra $h_f(t)$ e $s(t)$ e cioè:

$$(I.5.6) \quad S_u(f) = \frac{V_0 V_r}{2} k_A H_f(f) S(f)$$

dove $S_u(f)$ denota la trasformata di Fourier di $s_u(t)$. Imponendo in tal caso la condizione che $s_u(t)$ risulti una replica ritardata di $s(t)$ si ottiene:

$$(I.5.7) \quad H_f(f) = k' e^{-j2\pi f t_0}$$

Ricordando le (I.4.10) e (I.4.11), la precedente diviene:

$$(I.5.8) \quad H(f - f_0) + H(f + f_0) = k e^{-j2\pi f t_0}$$

essendo $k = 2k'$ ed in cui $H(f)$ rappresenta la risposta in frequenza del filtro di banda impiegato nel modulatore VSB. Indicando con $A(f)$ e le caratteristiche di attenuazione e fase del filtro $H(f)$, dalla (I.5.8) si ha:

$$(I.5.9) \quad A(f - f_0) e^{j\vartheta(f - f_0)} + A(f + f_0) e^{j\vartheta(f + f_0)} = k e^{-j2\pi f t_0}$$

Se la caratteristica di fase del filtro è simmetrica rispetto a f_0 e cioè se è:

$$(I.5.10) \quad \vartheta(f + f_0) = -\vartheta(f_0 - f) = \vartheta(f - f_0) \equiv \alpha(f)$$

si ottiene dalla (I.5.9):

$$(I.5.11) \quad [A(f - f_0) + A(f + f_0)] e^{j\alpha(f)} = k e^{-j2\pi f t_0}$$

e pertanto:

$$(I.5.12) \quad \begin{aligned} A(f - f_0) + A(f + f_0) &= k \\ \alpha(f) &= -j2\pi f t_0 \end{aligned}$$

che costituiscono le condizioni che garantiscono una perfetta ricezione del segnale VSB.

In Fig. I.10 è riportata una possibile caratteristica di ampiezza per il filtro di banda $H(f)$ nel caso in cui si vuole eliminare parzialmente la banda laterale inferiore.

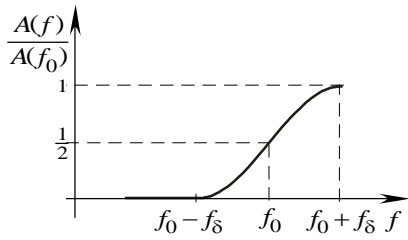


Fig. I.10 - Caratteristica di ampiezza del filtro vestigiale.

Una possibile caratteristica che soddisfa la prima delle condizioni (I.5.12) è la cosiddetta caratteristica a **coseno rialzato** definita dalla:

$$(I.5.13) \quad \frac{A(f)}{A(f_0)} = \begin{cases} 0 & |f| \leq f_0 - f_\delta \\ \frac{1}{2} \left(1 + \sin \frac{\pi(f-f_0)}{2f_\delta} \right) & f_0 - f_\delta \leq |f| \leq f_0 + f_\delta \\ 1 & |f| \geq f_0 + f_\delta \end{cases}$$

in cui f_δ individua l'estensione della banda residua.

I.5.2 - Rivelazione per inviluppo.

Un rivelatore ad inviluppo produce in uscita un segnale proporzionale all'inviluppo di modulazione. È ovvio che, tenendo presente la (I.4.18), l'inviluppo di modulazione è proporzionale al segnale modulante solo nel caso della modulazione AM con indice di modulazione non superiore al 100% . In effetti:

- a) nel caso di modulazione SSB l'inviluppo di modulazione oltre al segnale modulante contiene anche la sua trasformata di Hilbert;
- b) nel caso di segnale DSB il segnale in uscita è proporzionale a $|s(t)|$; si introduce pertanto uno sfasamento di 180° quando il segnale modulante è negativo.

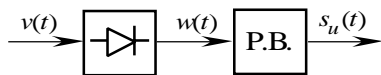


Fig. I.11 - Schema di principio di un rivelatore ad inviluppo

Prendendo in esame soltanto la modulazione AM, lo schema di principio di un rivelatore ad inviluppo si presenta come è indicato in Fig. I.11. Esso è cioè

costituito da un rettificatore ideale, la cui caratteristica è rappresentata in Fig. I.12, e da un filtro passa basso con frequenza di taglio pari a f_m .

Poiché dalla Fig. I.12 si deduce

$$(I.5.14) \quad w(t) = v(t) \cdot u(v(t))$$

dove $u(\cdot)$ rappresenta la funzione a gradino unitaria, il segnale in uscita dal raddrizzatore vale:

$$(I.5.15) \quad w(t) = V(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) \cdot u[V(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0)]$$

dove si è fatto uso dell'espressione per il segnale modulato. Si osservi che, essendo per le ipotesi fatte, $V(t) = V_0 |1 + k_A s(t)| = V_0 [1 + k_A s(t)] \geq 0$ si ha:

$$(I.5.16) \quad w(t) = V(t) \cos(2\pi f_0 t + \varphi_0) \cdot u(\cos(2\pi f_0 t + \varphi_0))$$

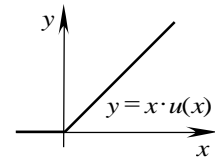


Fig. I.12 - Caratteristica di un rettificatore ideale.

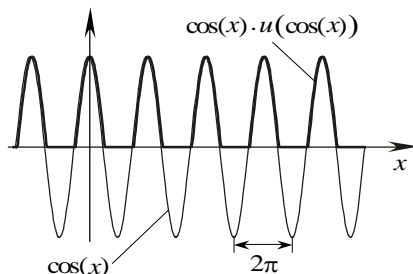


Fig. I.13 - Rappresentazione della funzione $h(x)$.

È immediato rendersi conto che la quantità $h(x) = \cos(x) \cdot u(\cos(x))$ è una funzione periodica di periodo 2π come si deduce dall'esame della Fig. I.13, per cui rappresentando la $h(t)$ in serie di Fourier si ha:

$$(I.5.17) \quad h(x) = \sum_{n=0}^{\infty} H_n \cos(nx)$$

All'uscita del filtro passa-basso quindi si riscontra il segnale:

$$(I.5.18) \quad s_u(t) = V_0 H_0 [1 + k_A s(t)]$$

che è linearmente dipendente dal segnale modulante $s(t)$.